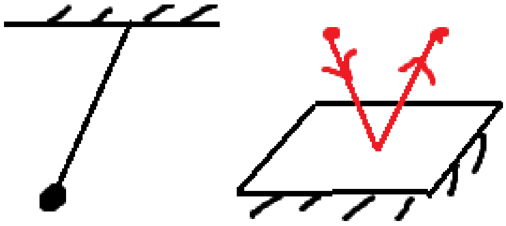
Поговорим про типы связей в теормехе!

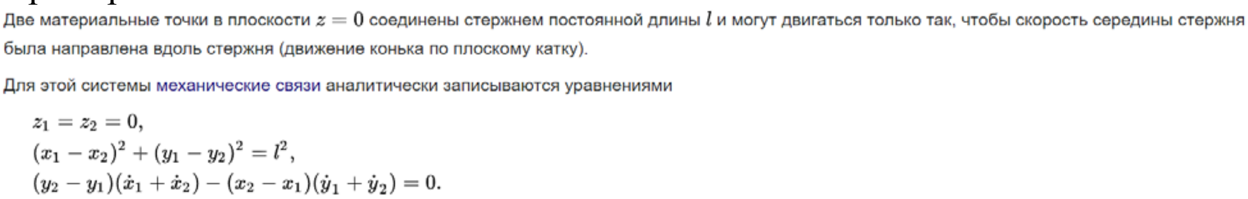
УДЕРЖИВАЮЩИЕ vs НЕУДЕРЖИВАЮЩИЕ



Неудерживающие связи – это связи с неравенствами. Например, для шарика, упруго отражающегося от поверхности, это z>=0.

ГОЛОНОМНЫЕ vs НЕГОЛОМНЫЕ
«Голономные» - крайне неудачный термин. Гораздо удачнее «геометрические». Это связи, которые можно записать только через обобщённые координаты, без обобщённых скоростей.

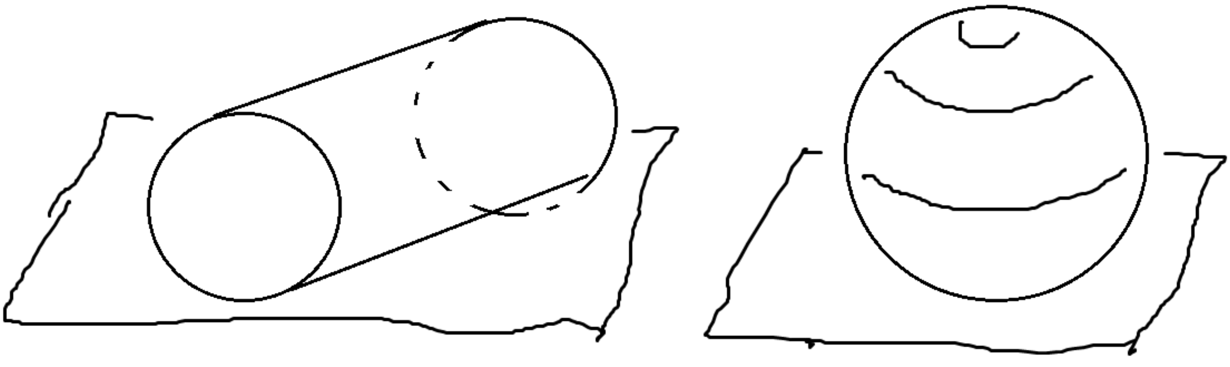
Пример из Вики:


Две материальные точки в плоскости $z = 0$ соединены стержнем постоянной длины l и могут двигаться только так, чтобы скорость середины стержня была направлена вдоль стержня (движение конька по плоскому катку).

Для этой системы механические связи аналитически записываются уравнениями

$$z_1 = z_2 = 0,$$
$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = l^2,$$
$$(y_2 - y_1)(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) - (x_2 - x_1)(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) = 0.$$

Например, катящийся по поверхности цилиндр – это голономная система, а катящийся шар – уже нет:



А НАХРЕНА НАМ ЭТИ КЛАССИФИКАЦИИ?
В курсе теормеха на ФФ решаются только задачи с ГОЛОМНЫМИ УДЕРЖИВАЮЩИМИ связями.
Почему? Потому что именно для них разработаны простые методы решения.
Например, тот же Лагранжев формализм с уравнением Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial q'_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0 \, \forall k = 1, 2, \ldots n$$

Из-за этого возникает ощущение, что так всегда. Нет, не всегда, вам просто дают простые задачи – с голономными связями. Хотите сложные – идите на мехмат. Там уравнения Эйлера-Лагранжа уже работать не будут. Будут применяться другие методы – например, уравнения Чаплыгина:

Рассмотрим неголономную систему с s степенями свободы и d неголономными связями[3]. Обозначим кинетическую энергию системы T, потенциальную энергию Π. Обобщённые скорости зависимых координат $\dot{q}_k = \sum_{m=1}^{s-d} h_{km}\dot{q}_m + h_k$, где $k = s-d+1, \dots, s$. Обозначим T^* кинетическую энергию системы после исключения зависимых скоростей $\dot{q}_{s-d+1}, \dot{q}_{s-d+2}, \dots, \dot{q}_s$.

Уравнения динамики неголономной системы имеют вид[2]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}_m}\right) - \frac{\partial T^*}{\partial q_m} + \sum_{k=s-d+1}^{s} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \sum_{r=1}^{s-d} \left(\frac{\partial h_{kr}}{\partial q_m} - \frac{\partial h_{km}}{\partial q_r}\right)\dot{q}_r = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_m},$$

где $m = 1, 2, \dots, s-d$. В этих уравнениях можно исключить скорости зависимых координат $\dot{q}_{s-d+1}, \dot{q}_{s-d+2}, \dots, \dot{q}_s$ при помощи уравнений $\dot{q}_k = \sum_{m=1}^{s-d} h_{km}\dot{q}_m + h_k$ и таким образом получить $s-d$ уравнений с $s-d$ неизвестными $q_1, q_2, \dots, q_{s-d}$, которые интегрируются независимо от уравнений неголономных связей[2].

https://ru.wikipedia.org/wiki/Уравнения_Чаплыгина фулл
Ну, как вам, особенно по сравнению с уравнениями Эйлера-Лагранжа? ☺

Неудерживающие связи тоже плохи – нам, помимо неравенства, нужно записать закон отражения скорости при отражении от поверхности. А там будет скорость, т.е. не голономность. Это мы уже знаем, что плохо.

Так что скажем спасибо ФФ, дающему только голономные задачи с удерживающими связями, где мы можем применять простое уравнение Эйлера-Лагранжа!